

1. 以 M 表示質量、 L 表示長度、以及 T 表示時間，則物理量 x 的維度(dimension) 可以表示成 $[x] = M^i L^j T^k$ ，譬如速度(velocity) \bar{v} 的維度是 $[\bar{v}] = M^0 L T^{-1}$ 。請寫出以下物理量的維度：(i) 壓力 P 、(ii) 力矩 $\bar{\tau}$ 、(iii) 彈性係數 k 、(iv) 能量 E 、以及 (v) 萬有引力常數 G 。(10%)

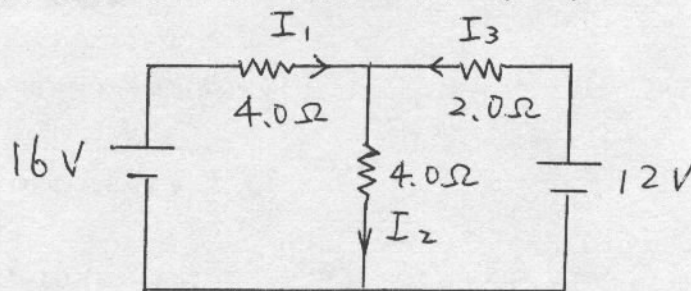
2. 用長度為 L ，但無質量的細棒子將質量為 m 與 $2m$ 的兩個點粒子連結成一剛體系統，然後將質量為 m 與 $2m$ 之兩粒子分別置於 $(0, L, 0)$ 與 $(0, 0, 0)$ 位置上。
(a) 請問此系統的質心座標為何？相對於一通過質心且平行於 z 軸的軸，此系統的轉動慣量(moment of inertia)為何？(5%)

(b) 施 $\bar{F} = \bar{F}_0 \hat{x}$ 之力於質心上，請問相對於質心的力矩 $\bar{\tau}$ 為何？而質心、 m 粒子以及 $2m$ 粒子的加速度又各為多少？(5%)

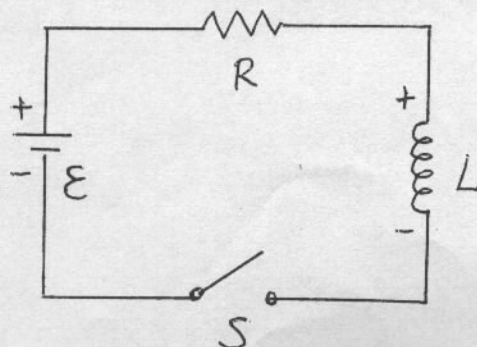
(c) 施 $\bar{F} = \bar{F}_0 \hat{x}$ 之力於 m 粒子上，請問相對於質心的力矩 $\bar{\tau}$ 為何？而質心、 m 粒子以及 $2m$ 粒子的加速度又各為多少？(10%)

3. 請敘述 Carnot engine 與 Otto engine 之詳細過程，並說明其間之差異。(15%)

4. 請計算下圖中電路上各個電阻所消耗之功率。(15%)



5. 如下圖之 RL 電路中，請導出當閉門開關 S 往下關閉後，電路中之電流隨時間變化之函數(請以 R, L, \mathcal{E} 與 t 表示之)。(20%)



6. 真空中電磁波的波動方程式為 $\nabla^2 \vec{E}(\vec{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = 0$ ，其中 c 表真空中的光速， $\nabla^2 \vec{E}(\vec{r}, t) = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \vec{E}(\vec{r}, t)$ 。

(a) 請證明以下(i)與(ii)滿足波動方程式，但(iii)卻不滿足。(6%)

(i) $\vec{E}_1(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \cdot \cos(kz - \omega t)$

(ii) $\vec{E}_2(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \cdot \cos(kz - \omega t + \pi)$

(iii) $\vec{E}_3(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \cdot \cos[(kz - \omega t)(kz + \omega t)]$

其中 $\frac{\omega}{k} = c$ 以及 E_0 是常數。

(b) 因以上波動方程式是線性的，故當 $\vec{E}_1(\vec{r}, t)$ 與 $\vec{E}_2(\vec{r}, t)$ 分別滿足它之時， $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_1(\vec{r}, t) + \vec{E}_2(\vec{r}, t)$ 亦滿足它。

(i) 請說明 $\vec{E}_1(\vec{r}, t)$ 與 $\vec{E}_2(\vec{r}, t)$ 之疊加為破壞性干涉 (4%)，

(ii) 以 u_E 表示 $\vec{E}(\vec{r}, t)$ 的電能密度 (electric energy density) $\frac{\epsilon_0}{2} |\vec{E}(\vec{r}, t)|^2$ ，請問能量守

恆定律 $u_E = u_{E1} + u_{E2}$ 是否成立？如不成立，請說明理由。($u_{E1} = \frac{\epsilon_0}{2} |\vec{E}_1(\vec{r}, t)|^2$ 與

$u_{E2} = \frac{\epsilon_0}{2} |\vec{E}_2(\vec{r}, t)|^2$ 分別表示 $\vec{E}_1(\vec{r}, t)$ 與 $\vec{E}_2(\vec{r}, t)$ 的能量密度。) (10%)